

سازگاری فرمولبندی R۲ رشر نسبت به احکام قضایای موجهه بسیطه کاتبی

* سید احمد فقیه

چکیده

اطفالله نبوی دو تحقیق عمده رشر درباره موجهات زمانی ابن سینا را بررسی و نتیجه برآمده از آن را در مقاله «نیکولاوس رشر و فرمولبندی نظریه موجهات زمانی ابن سینا» منعکس کرده است. وی در آنجا ضمن ارائه فرمولبندی اول و دوم رشر، کارایی R۲ را در تحلیل قضایای موجهه مرکبه کلی به دو قضیه بسیطه به اثبات رساند، اما مستقلانه تحلیل احکام موجهات، اعم از بسیطه و مرکبه نپرداخته است. ازین‌رو، نگارنده برای سنجش درستی ادعای نامبرده، تمام احکام قضایای موجهه بسیطه منطق کاتبی را در دستگاه استنتاجی KT به صورت جداگانه با شیوه توصیفی- تحلیلی، مورد بررسی قرار داده است. نتیجه برآمده نشان داد فرمولبندی R۲، افزون بر کارایی پیش‌گفته، نسبت به احکام قضایای موجهه بسیطه منطق کاتبی از سازگاری لازم نیز برخوردار است. همچنین در این مسیر پی بردیم که اثبات برخی استدلال‌های مباشر کاتبی در دستگاه موجهات KT، بدون لحاظ پیش‌فرض اتصاف $(\exists t)(R_i A_x)$ امکان‌پذیر نیست. اما این هرگز به معنای ناسازگاری فرمولبندی رشر با نظریه کاتبی نبوده، بلکه برآمده از پیش‌فرض‌های لازم منطق قدیم در قضایای موجهه کلی است. نتیجه دیگر اینکه، گرچه استلزم مادی اساس استنتاج‌های منطقی در منطق قدیم نبوده است، اما پیشینان ما آن را همواره به عنوان پیش‌فرض در نظر داشته‌اند.

کلیدواژه‌ها

احکام قضایا، فرمولبندی R۲، موجهات زمانی، موجهه بسیطه، منطق کاتبی.

Seyyedahmadfaghikh@gmail.com

*. استاد سطح سه مرکز تخصصی اسراء
تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۳/۰۵، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۱۱/۱۸

مقدمه

منطق دانان معاصر غرب در بررسی تاریخی، نظریه ابن سینا را درباره موجهات زمانی در خور توجه یافته و کوشش خویش را در مطالعه آن به کار بستد. در این میان، نیکولاوس رشر آلمانی با جدیت بیشتری به مطالعه میراث منطقی جهان اسلام، به ویژه نظریه موجهات زمانی ابن سینا از منظر کاتبی پرداخت. لطف الله نبوی دو تحقیق رشر را در این زمینه بررسی و نتیجه برآمده از آن را در کتاب منطق سینوی به روایت نیکولاوس رشر منعکس کرده است. وی در آنجا ضمن ارائه فرمول‌بندی اول و دوم رشر، کارایی R2 در تحلیل قضایای موجهه مرکبه کلی به دو قضیه بسطه به اثبات رساند (نبوی، ۱۳۸۱، ص ۱۲۱-۱۳۹).^۱ نوشتار پیش‌رو ناظر به فرمول‌بندی R2 مقاله مزبور، تمام احکام قضایای موجهه بسطه منطق کاتبی را در دستگاه استنتاجی KT به صورت جداگانه مورد موشکافی قرار داده است. نتیجه برآمده از این تحقیق نشان داد فرمول‌بندی R2، افزون بر کارایی پیش‌گفته، نسبت به احکام قضایای موجهه بسطه منطق کاتبی از سازگاری لازم نیز برخوردار است. گفتنی است بررسی احکام قضایای موجهه مرکبه مقاله دیگری می‌طلبد.

همچنین در این مسیر، دریافتیم که اثبات برخی استدلال‌های مباشر کاتبی در دستگاه موجهات KT، بدون لحاظ پیش‌فرض اتصاف $\exists t)(\exists x)(R_tAx)$ امکان‌پذیر نیست. اما این هرگز به معنای ناسازگاری فرمول‌بندی رشر با نظریه کاتبی نبوده، بلکه برآمده از پیش‌فرض‌های لازم منطق قدیم در قضایای موجهه کلی است. از دیگر نتایج فرعی برآمده از این تحقیق، می‌توان به حضور استلزم مادی در منطق قدیم اشاره کرد.

ترتیب مطالب چنین است که نخست احکام موجهات بسطه را به اختصار بیان کرده و سپس با ارائه جدول فرمول‌بندی R2 رشر، به بررسی تحلیلی این احکام می‌پردازیم.

۱. احکام موجهات بسطه‌ای که مستقل‌اً در رساله کاتبی بحث شده است

کاتبی از مجموع شانزده صورت موجهات بسطه، تنها به شش حالت با صراحت اشاره کرده است که جدول احکام عکس و نقیض هریک از آن‌ها به شرح زیر تقدیم می‌شود.^۱

گفتنی است با توجه به تقدم شیوه عکس نقیض موافق در مقایسه با روش مخالف و اینکه بسیاری از منطق دانان (شیرازی، ۱۳۶۹، ص ۴۱۳؛ حلی، ۱۴۲۱، ص ۳۱۵؛ همو، ۱۳۸۷، ص ۹۵)، عکس نقیض مخالف را در خور نام عکس نقیض ندانسته و تنها آن را به عنوان لازمه‌ای برای عکس نقیض به شیوه پیشینیان، به شمار آورده‌اند. از این‌رو، چنانچه عکس نقیض عاری از هر قرینه‌ای به کار رود، حمل بر عکس نقیض موافق خواهد شد. همچنان که از واژه «عکس» و «امکان» به ترتیب «عکس مستوی» و «امکان عام» را اراده خواهیم کرد؛ مگر اینکه در کلام قرینه‌ای برخلاف آن باشد.

۱-۱. جدول احکام ضروریه ذاتیه (ضروریه مطلقه)

قضیه اصل	نقیض	عکس مستوی	عکس نقیض(موافق)
وجبه کلیه ضروریه	سالبه کلیه ممکنه	وجبه جزئیه حینیه	وجبه کلیه دائمه
سالبه کلیه ضروریه	وجبه جزئیه ممکنه	سالبه کلیه دائمه	سالبه جزئیه حینیه
وجبه جزئیه ضروریه	سالبه کلیه ممکنه	وجبه جزئیه حینیه	سالبه جزئیه دائمه
سالبه جزئیه ضروریه	وجبه کلیه دائمه	سالبه جزئیه دائمه	سالبه جزئیه حینیه

۱-۲. جدول احکام دائمه ذاتیه (دائمه مطلقه)

قضیه اصل	نقیض	عکس مستوی	عکس نقیض(موافق)
سالبه کلیه دائمه	سالبه جزئیه مطلقه	وجبه جزئیه حینیه مطلقه	وجبه کلیه دائمه
سالبه کلیه دائمه	وجبه جزئیه مطلقه	سالبه کلیه دائمه مطلقه	سالبه جزئیه دائمه
سالبه کلیه دائمه	سالبه کلیه دائمه	وجبه جزئیه دائمه مطلقه	سالبه جزئیه دائمه
سالبه کلیه دائمه	سالبه کلیه دائمه	وجبه جزئیه دائمه	سالبه جزئیه دائمه

۱-۳. جدول احکام ضروریه و صفيه (مشروطه عامه)

قضیه اصل	نقیض	عکس مستوی	عکس نقیض(موافق)
موجبه کلیه مشروطه عامه	سالبه جزئیه حینیه ممکنه	مج حینیه مطلقه	مک عرفیه عامه
سالبه کلیه مشروطه عامه	موجبه جزئیه حینیه ممکنه	سک عرفیه عامه	سج حینیه مطلقه
موجبه جزئیه مشروطه عامه	سالبه کلیه حینیه ممکنه	مج حینیه مطلقه	_____
سالبه جزئیه مشروطه عامه	موجبه کلیه حینیه ممکنه	_____	سج حینیه مطلقه

۱-۴. جدول احکام دائمه و صفيه (عرفیه عامه)

قضیه اصل	نقیض	عکس مستوی	عکس نقیض(موافق)
موجبه کلیه عرفیه عامه	سالبه جزئیه حینیه مطلقه	موجبه جزئیه حینیه مطلقه	مک عرفیه عامه
سالبه کلیه عرفیه عامه	موجبه کلیه عرفیه عامه	سالبه کلیه عرفیه عامه	سج حینیه مطلقه
موجبه جزئیه عرفیه عامه	سالبه کلیه حینیه مطلقه	موجبه جزئیه حینیه مطلقه	_____
سالبه جزئیه عرفیه عامه	موجبه کلیه حینیه مطلقه	_____	سج حینیه مطلقه

۱-۵. جدول احکام مطلقه ذاتیه (مطلقه عامه)

قضیه اصل	نقیض	عکس مستوی	عکس نقیض(موافق)
سالبه جزئیه دائمه مطلقه عامه	سالبه جزئیه دائمه مطلقه	موجبه کلیه دائمه مطلقه	_____
سالبه کلیه دائمه مطلقه	موجبه جزئیه دائمه مطلقه	_____	س.ج. مطلقه عامه
سالبه کلیه دائمه مطلقه	سالبه کلیه دائمه مطلقه	موجبه جزئیه دائمه مطلقه	_____
سالبه کلیه دائمه مطلقه	موجبه کلیه دائمه مطلقه	_____	س.ج. مطلقه عامه

۱-۶. جدول احکام ممکنه ذاتیه (ممکنه عامه)

قفسیه اصل	نقیض	عکس مستوی	عکس نقیض (موافق)
موجبه کلیه ممکنه عامه	سالبه جزئیه ضروریه ذاتیه	_____	_____
سالبه کلیه ممکنه عامه	موجبه جزئیه ضروریه ذاتیه	_____	_____
موجبه جزئیه ممکنه عامه	سالبه کلیه ضروریه ذاتیه	_____	_____
سالبه جزئیه ممکنه عامه	موجبه کلیه ضروریه ذاتیه	_____	_____

۲. احکام موجهات بسیطه‌ای که مستقلاند در رساله کاتبی بحث نشده است

۲-۱. ضروریه فی وقت المعین (وقتیه مطلقه)

نقیض ضروریه فی وقت المعین، ممکنه وقتیه است و بر عکس (حلی، ۱۳۷۱، ص ۷۸). عکس چنین قضیه‌ای در حالت ايجابی عبارت است از موجبه جزئیه مطلقه عامه؛ زیرا اگر عکس «بالضرورة کل ج ب فی وقت معین»، به صورت «بعض ب ج بالاطلاق العام» صحیح نباشد، نقیضش یعنی «لا شیء من ب ج دائمًا» صحیح خواهد بود. این نقیض به همراه قضیه اصل نتیجه می‌دهد «لا شیء من ج ج» که گزاره‌ای کاذب است.

از آنجاکه سالبه کلی وقتیه^۲ عکس ندارد (رازی، ۱۳۸۴، ص ۳۴۵) و وقتیه، اخص از وقتیه مطلقه است، پس سالبه کلیه وقتیه مطلقه نیز فاقد عکس است؛ زیرا اگر اخص فاقد عکس باشد، اعم نیز فاقد عکس خواهد بود (همان). همچنین سالبه جزئیه این موجهه، هم‌سو با سایر موجهات بسیطه، عکس ندارد (همان، ص ۳۵۱).

۱-۱. جدول احکام ضروریه فی وقت المعین (وقتیه مطلقه)

قضیه اصل	نقیض	عکس مستوی	عکس نقیض(موافق)
موجبه کلیه وقتیه مطلقه	سابله جزئیه ممکنه وقتیه	مج مطلقه عامه	—
سابله کلیه وقتیه مطلقه	موجبه جزئیه ممکنه وقتیه	—	سج مطلقه عامه
موجبه جزئیه وقتیه مطلقه	سابله کلیه ممکنه وقتیه	مج مطلقه عامه	—
سابله جزئیه وقتیه مطلقه	موجبه کلیه ممکنه وقتیه	—	سج مطلقه عامه

۲-۲. ضروریه فی وقت ما (منتشره مطلقه)

نقیض ضروریه فی وقت ما، ممکنه دائمه است و بر عکس (حلی، ۱۳۷۱، ص ۷۸). مشابه آنچه در وقتیه مطلقه گذشت، می‌توان نشان داد که عکس منتشره مطلقه موجبه، موجبه جزئیه مطلقه عامه است. همچنین از آنجاکه سالبه کلی منتشره^۳ فاقد عکس بوده (رازی، ۱۳۸۴، ص ۳۴۵) و منتشره، اخص از منتشره مطلقه است، می‌توان گفت سالبه کلیه منتشره مطلقه نیز فاقد عکس است.

۲-۳. جدول احکام ضروریه فی وقت ما (منتشره مطلقه)

قضیه اصل	نقیض	عکس مستوی	عکس نقیض(موافق)
موجبه کلیه منتشره مطلقه	سابله جزئیه ممکنه دائمه	مج مطلقه عامه	—
سابله کلیه منتشره مطلقه	موجبه جزئیه ممکنه دائمه	—	سج مطلقه عامه
موجبه جزئیه منتشره مطلقه	سابله کلیه ممکنه دائمه	مج مطلقه عامه	—
سابله جزئیه منتشره مطلقه	موجبه کلیه ممکنه دائمه	—	سج مطلقه عامه

۳-۲. مطلقه و صفيه (حينيه مطلقه)

نقیض مطلقه و صفيه، عرفیه عامه است و بر عکس (همان، ص ۳۳۲). عکس حینیه مطلقه موجبه، موجبه جزئیه حینیه مطلقه است؛ زیرا اگر عکس «کل ج ب حین هو ج» به نحو «بعض ب ج حین هو ب» صحیح نباشد، پس نقیض آن «لا شیء من ب ج دائمًا مادام ب» و عکس این نقیض «لا شیء من ج ب دائمًا مادام ج» برقرار خواهد بود که با قضیه اصل سازگار نیست. بنابراین، عکس ادعاهده، صحیح است.

از آنجاکه سالبه کلی مطلقه عامه عکس ندارد (رازی، ۱۳۸۴، ص ۳۴۵) و حینیه مطلقه، اخصر از مطلقه عامه است، پس سالبه کلیه حینیه مطلقه نیز فاقد عکس است.

۳-۳-۱. جدول احکام مطلقه و صفيه (حینیه مطلقه)

قضیه اصل	نقیض	عکس مستوی	عکس نقیض (موافق)
موجبه کلیه حینیه مطلقه	سالبه جزئیه عرفیه عامه	مج حینیه مطلقه	—
سالبه کلیه حینیه مطلقه	موجبه جزئیه عرفیه عامه	—	سج حینیه مطلقه
موجبه جزئیه حینیه مطلقه	سالبه کلیه عرفیه عامه	مج حینیه مطلقه	—
سالبه جزئیه حینیه مطلقه	موجبه کلیه عرفیه عامه	—	سج حینیه مطلقه

۴-۲. مطلقه فی وقت المعین (مطلقه وقتیه)

نقیض مطلقه فی وقت المعین، مطلقه وقتیه است (حلی، ۱۳۷۱، ص ۷۸). به نظر می‌رسد عکس مطلقه وقتیه در حالت ايجابی، موجبه جزئیه مطلقه عامه است؛ زیرا اگر عکس «کل ج ب فی هذا الوقت»، به صورت «بعض ب ج بالاطلاق العام» صحیح نباشد، نقیضش (لا شیء من ب ج دائمًا) صحیح خواهد بود. این نقیض به همراه اصل نتیجه می‌دهد «لا شیء من ج ج» که نادرست است. چنین به نظر می‌رسد که سالبه کلیه این موجهه، هم‌سو با سالبه جزئیه آن فاقد عکس است.

۲-۴-۱. جدول احکام مطلقه فی وقت المعین (مطلقه وقتیه)

قضیه اصل	نقیض	عکس مستوی	عکس نقیض(موافق)
موجبه کلیه مطلقه وقتیه	سالبه جزئیه مطلقه وقتیه	مج مطلقه عامه	م ک مطلقه وقتیه
سالبه کلیه مطلقه وقتیه	موجبه جزئیه مطلقه وقتیه	—	س ج مطلقه وقتیه
سالبه کلیه مطلقه وقتیه	موجبه جزئیه مطلقه وقتیه	مج مطلقه عامه	—
سالبه جزئیه مطلقه وقتیه	موجبه کلیه مطلقه وقتیه	—	س ج مطلقه وقتیه

۲-۵-۱. مطلقه فی وقت ما (مطلقه منتشره)

حکم مطلقه منتشره در نقیض و سایر احکام، همان حکم مطلقه عامه است (همان).

۳-۵-۱. جدول احکام مطلقه فی وقت ما (مطلقه منتشره)

قضیه اصل	نقیض	عکس مستوی	عکس نقیض(موافق)
موجبه کلیه مطلقه منتشره	سالبه جزئیه دائمه مطلقه	م..ج مطلقه عامه	—
سالبه کلیه مطلقه منتشره	موجبه جزئیه دائمه مطلقه	—	س.ج مطلقه عامه
سالبه کلیه مطلقه منتشره	سالبه کلیه دائمه مطلقه	مج مطلقه عامه	—
سالبه کلیه مطلقه منتشره	موجبه کلیه دائمه مطلقه	—	س.ج مطلقه عامه

۲-۶. ممکنه و صفيه (حينيه ممکنه)

نقیض ممکنه و صفيه، مشروطه عامه است (رازی، ۱۳۸۴، ص ۳۳۲). این ممکنه در حالت سلبی عکس مستوی ندارد؛ زیرا وقتیه، اخص از آن و فاقد عکس است. با وجود تصریح حلی (رازی، ۱۳۷۱، ص ۸۶) به اینکه حینیه ممکنه در حالت ایجابی به مثل خود عکس می‌شود، بهنظر می‌رسد گزاره مذبور همانند حالت سلبی فاقد عکس باشد؛ زیرا مطابق با مبنای کاتبی ممکنه عامه فاقد عکس بوده و حینیه ممکنه رفتار مشابه رفتار ممکنه عامه دارد.

۱-۶-۲. جدول احکام ممکنه وصفیه (حینیه ممکنه)

قضیه اصل	نقیض	عکس مستوی	عکس نقیض(موافق)
موجبه کلیه حینیه ممکنه	سالبه جزئیه مشروطه عامه	—	—
سالبه کلیه حینیه ممکنه	موجبه جزئیه مشروطه عامه	سج حینیه ممکنه	—
سالبه کلیه حینیه ممکنه	سالبه جزئیه مشروطه عامه	—	سج حینیه ممکنه
سالبه جزئیه حینیه ممکنه	موجبه کلیه مشروطه عامه	موجبه کلیه مشروطه عامه	سج حینیه ممکنه

۲-۷. ممکنه فی وقت المعین (ممکنه وقتیه) و ممکنه فی وقت ما (ممکنه دائمه)

هر چند برخی منطق دانان، نقیض ممکنه وقتیه را وقتیه مطلقه و نقیض ممکنه دائمه را منتشره مطلقه معرفی کرده‌اند (همان، ص ۷۸)؛ اما درباره عکس آن سخنی به میان نیاورده‌اند.

۳. جدول فرمول‌بندی R2 رشر (نبوی، ۱۳۸۱، ص ۱۲۹-۱۳۰)

نام قضیه	کد	فرمول‌بندی موجبه کلیه در R2	فرمول‌بندی موجبه جزئیه در R2
ضروریه مطلقه	□E	$(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)\Box R_t Bx]$	$(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\forall t)\Box R_t Bx]$
مشروطه عامه	□C	$(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)\Box R_t(Ax \supset Bx)]$	$(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\forall t)\Box R_t(Ax \supset Bx)]$
وقتیه مطلقه	□T	$(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset \Box R_t Bx]$	$(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge \Box R_t Bx]$
منتشره مطلقه	□S	$(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset \Box R_s Bx]$	$(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge \Box R_s Bx]$
دائمه مطلقه	∀E	$(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)R_t Bx]$	$(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\forall t)R_t Bx]$
عرفیه عامه	∀C	$(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)R_t(Ax \supset Bx)]$	$(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\forall t)R_t(Ax \supset Bx)]$
مطلقه عامه	∃E	$(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\exists t)R_t Bx]$	$(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\exists t)R_t Bx]$
حینیه مطلقه	∃C	$(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\exists t)R_t(Ax \wedge Bx)]$	$(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\exists t)R_t(Ax \wedge Bx)]$
مطلقه وقتیه	T	$(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset R_t Bx]$	$(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge R_t Bx]$
مطلقه منتشره	S	$(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset R_s Bx]$	$(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge R_s Bx]$

ممکنه عامه	$\Diamond E$	$(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\exists t)\Diamond R_t Bx]$	$(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\exists t)\Diamond R_t Bx]$
حینیه ممکنه	$\Diamond C$	$(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\exists t)\Diamond R_t (Ax \wedge Bx)]$	$(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\exists t)\Diamond R_t (Ax \wedge Bx)]$
ممکنه وقیه	$\Diamond T$	$(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset \Diamond R_t Bx]$	$(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge \Diamond R_t Bx]$
ممکنه دائمه	$\Diamond S$	$(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset \Diamond R_s Bx]$	$(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge \Diamond R_s Bx]$

برای نمادگذاری گزاره‌های سلبی کافی است Bx به $\sim Bx$ تغییر یابد.

۴. برسی تطبیقی احکام قضایای منطق کاتبی با فرمول‌بندی R^2 رشر

با توجه به اینکه در ارائه نقیض قضایای موجبه از رابطه همارزی استفاده شده است، بررسی تطبیقی نقیض سالبه‌ها ضروری نیست. همچنین بررسی تطبیقی عکس نقیض لازم نیست؛ زیرا در نظر منطق پژوهان، احکام گزاره‌های ایجابی در عکس مستوی به قضایای سلبی در عکس نقیض و احکام گزاره‌های سلبی در عکس مستوی به قضایای ایجابی در عکس نقیض تعلق می‌گیرد.

از آنجاکه منطق‌دانان ستی برای قضایا پیش‌فرض وجودی لحاظ کرده‌اند، ما نیز برای تطبیق فرمول‌بندی رشر در پاره‌ای موارد از پیش‌فرض اتصاف $\exists x)(\exists t)R_t Ax$ بهره خواهیم برداشت. گفتنی است که بدون این پیش‌فرض، پاره‌ای از احکام در منطق جدید اثبات‌پذیر نیستند.

۴-۱. ضروریه مطلقه (ضروریه ذاتیه)

۴-۱-۱. نقیض ضروریه مطلقه

چنین به‌نظر می‌رسد که فرمول‌های ارائه شده از سوی رشر با قاعده نقیض از سوی منطق‌دانان ستی هماهنگ است. برای این منظور نشان می‌دهیم که نقیض موجبه کلیه ضروریه، سالبه جزئیه ممکنه و نقیض موجبه جزئیه آن، سالبه کلیه ممکنه است:

$$\neg(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)\Box R_t Bx] \equiv (\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge \neg(\forall t)\Box R_t Bx] \equiv (\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\exists t)\Diamond R_t \sim Bx]$$

$$\neg(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\forall t)\Box R_t Bx] \equiv (\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset \neg(\forall t)\Box R_t Bx] \equiv (\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\exists t)\Diamond R_t \sim Bx]$$

۴-۱-۲. عکس مستوی ضروریه مطلقه

عکس موجبه ضروریه، اعم از کلی و جزئی، موجبه جزئیه حینیه است. برهان زیر نشان می‌دهد که نمی‌توان از فرمول موجبه کلی ضروری به جزئی مزبور دست یافت؛ مگر آنکه پیش‌فرض $(\exists x)(\exists t)R_t Ax$ را در نظر بگیریم:

$$(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)\Box R_t Bx] \quad / \quad (\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)]$$

- 1- $(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)\Box R_t Bx]$ مقدمه
- 2- $(\exists x)(\exists t)R_t Ax$ پیش‌فرض اتصاف
- 3- $(\exists t)R_t Ax$ ف
- 4- $(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)\Box R_t Bx$ (۱) (ح)
- 5- $(\forall t)\Box R_t Bx$ (۴) (۳) (و.م.)
- 6- $\Box R_t Bx$ (۵) (ح)
- 7- $R_t Bx$ (۶) (\Box ح)
- 8- $R_t Ax$ ف
- 9- $R_t Bx \wedge R_t Ax$ (\wedge) (۷) (\wedge م)
- 10- $R_t(Bx \wedge Ax)$ (۹) (۴) سیستم رشر
- 11- $(\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)$ (۱۰) (\exists م)
- 12- $(\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)$ (۱۱-۸) (۳) (\exists ح)
- 13- $(\exists t)R_t Bx$ (۷) (\exists م)
- 14- $(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)$ (۱۲) (۱۳) (\wedge م)
- 15- $(\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)]$ (۱۴) (\exists م)
- 16- $(\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)]$ (۱۵-۱۰) (۳) (\exists ح)

هر چند می‌توان با اعمال قواعدی همچون معرفی فاصل، استلزم و ق ۷ رشر، روی سطر هشت به فرمول $(Bx \supset Ax) R_t$ دست یافت؛ اما به دلیل آزاد بودن متغیر t ، استفاده از معرفی سور کلی برای تشکیل فرمول دوام و صفتی، وجهی ندارد. بنابراین، عکس مستوی موجبه کلی ضروری ذاتی نمی‌تواند دوام و صفتی باشد.

فرمول موجبه جزئی ارائه شده از سوی رشر، پیش‌فرض مذبور را در خود جای داده و از این رو استدلال زیر بدون آن پیش‌فرض قابل تبیین است:

$$(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\forall t)\Box R_t Bx] \quad / \therefore (\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)]$$

$$1- \quad (\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\forall t)\Box R_t Bx] \quad \text{مقدمه}$$

$$2- \quad (\exists t)R_t Ax \wedge (\forall t)\Box R_t Bx \quad \text{ف}$$

$$3- \quad (\forall t)\Box R_t Bx \quad (ح) (۲)$$

$$4- \quad (\exists t)R_t Ax \quad (ح) (۲)$$

$$5- \quad \Box R_t Bx \quad (ح) (۳)$$

$$6- \quad R_t Bx \quad (ح) (۴)$$

$$7- \quad R_t Ax \quad \text{ف}$$

$$8- \quad R_t Bx \wedge R_t Ax \quad (ح) (۵) (۶)$$

$$9- \quad R_t(Bx \wedge Ax) \quad (ح) (۷) (۸)$$

$$10- \quad (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax) \quad (۹)$$

$$11- \quad (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax) \quad (۱۰-۱۱)$$

$$12- \quad (\exists t)R_t Bx \quad (۱۱)$$

$$13- \quad (\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax) \quad (۱۲)$$

$$14- \quad (\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)] \quad (۱۳)$$

$$15- \quad (\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)] \quad (۱۴)$$

مطابق با مبنای کاتبی، عکس مستوی سالبه کلی این دسته از موجهات، سالبه کلی دائمه است:

$$(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)\Box R_t \sim Bx] / \therefore (\forall x)[(\exists t)R_t Bx \supset (\forall t)R_t \sim Ax]$$

- | | |
|---|---------------------------------|
| 1- $(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)\Box R_t \sim Bx]$ | مقدمه (سالبه کلیه ضروریه ذاتیه) |
| 2- $(\exists t)R_t Bx$ | ف |
| 3- $R_t Bx$ | ف |
| 4- $\Diamond R_t Bx$ | (۳)(۰) |
| 5- $(\exists t)\Diamond R_t Bx$ | (۴)(۰) |
| 6- $(\exists t)\Diamond R_t Bx$ | (۳-۰)(۲)(ح) |
| 7- $\sim(\forall t)\Box R_t \sim Bx$ | (ن.س.) (۶) |
| 8- $(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)\Box R_t \sim Bx$ | (ح)(۱) |
| 9- $\sim(\exists t)R_t Ax$ | (ر.ت)(۸) |
| 10- $(\forall t)R_t \sim Ax$ | (ن.س.) (۹) |
| 11- $(\exists t)R_t Bx \supset (\forall t)R_t \sim Ax$ | (د.ش) (۲-۱۰) |
| 12- $(\forall x)[(\exists t)R_t Bx \supset (\forall t)R_t \sim Ax]$ | (۱۱)(۷) |

سطرهای برهان گویای آن است که: اولاً، برای اثبات استدلال بالابی نیاز از پیشفرض $(\exists x)(\exists t)R_t Ax$ هستیم؛ ثانیاً، نمی‌توان همانند طوسی ادعا کرد که «سالبه کلیه ضروریه به مثل خود عکس می‌شود»؛ زیرا توجیهی برای اعمال قاعده معرفی ضرورت بر سطر دهم، وجود ندارد.

۴-۲. مشروطه عامه (ضروریه وصفیه)

۴-۲-۱. نقیض مشروطه عامه

در این مورد نیز نشان می‌دهیم که نقیض مشروطه عامه، حینیه ممکنه است:

$$\neg(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)\Box R_t(Ax \supset Bx)] \equiv (\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\exists t)\Diamond R_t(Ax \wedge \sim Bx)]$$

$$\neg(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\forall t)\Box R_t(Ax \supset Bx)] \equiv (\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\exists t)\Diamond R_t(Ax \wedge \sim Bx)]$$

۴-۲-۲. عکس مستوی مشروطه عامه

عکس مشروطه عامه در حالت ایجابی، اعم از کلی و جزئی، موجبه جزئیه حینیه است. برهان زیر به کمک پیش فرض $(\exists x)R_t Ax$ این ادعا را ثابت می کند:

$$(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)\Box R_t(Ax \supset Bx)] / \therefore (\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)]$$

- 1- $(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)\Box R_t(Ax \supset Bx)]$ مقدمه
- 2- $(\exists x)(\exists t)R_t Ax$ پیش فرض اتصاف
- 3- $(\exists t)R_t Ax$ ف
- 4- $(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)\Box R_t(Ax \supset Bx)$ (ح) (۱)
- 5- $(\forall t)\Box R_t(Ax \supset Bx)$ (و.م) (۳) (۴)
- 6- $\Box R_t(Ax \supset Bx)$ (ح) (۵)
- 7- $R_t(Ax \supset Bx)$ (ح) (۶)
- 8- $R_t Ax \supset R_t Bx$ (ق) (۷) سیستم رشر
- 9- $R_t Ax$ ف
- 10- $R_t Bx$ (و.م) (۸) (۹)
- 11- $R_t Bx \wedge R_t Ax$ (۱۰) (۹) (۸م)
- 12- $R_t(Bx \wedge Ax)$ (ق) (۱۱) سیستم رشر
- 13- $(\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)$ (۱۲) (۹م)
- 14- $(\exists t)R_t Bx$ (۱۰) (۹م)
- 15- $(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)$ (۱۴) (۱۳) (۸م)
- 16- $(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)$ (۹-۱۵) (۳) (۹) (۹م)
- 17- $(\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)]$ (۱۶) (۹م)
- 18- $(\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)]$ (۳-۱۷) (۲) (۹) (۹م)

برهان موجه جزئی آن نیز به همین گونه قابل اثبات است:

$$(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\forall t)\square R_t(Ax \supset Bx)] \quad / \therefore (\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)]$$

1- $(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\forall t)\square R_t(Ax \supset Bx)]$ مقدمه

2- $(\exists t)R_t Ax \wedge (\forall t)\square R_t(Ax \supset Bx)$ ف

3- $(\forall t)\square R_t(Ax \supset Bx)$ (۲) (۸ح)

4- $(\exists t)R_t Ax$ (۲) (۸ح)

5- $\square R_t(Ax \supset Bx)$ (۳) (۸ح)

6- $R_t(Ax \supset Bx)$ (۵) (\square ح)

7- $R_t Ax \supset R_t Bx$ (۷) (۷) سیستم رشر

8- $R_t Ax$ ف

9- $R_t Bx$ (۸) (۷) (و.م.)

10- $R_t Bx \wedge R_t Ax$ (۹) (۸) (۸م)

11- $R_t(Bx \wedge Ax)$ (۱۰) (۴) سیستم رشر

12- $(\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)$ (۱۱) (۳م)

13- $(\exists t)R_t Bx$ (۹) (۳م)

14- $(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)$ (۱۲)(۱۳) (۸م)

15- $(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)$ (۸-۱۴) (۴) (۳ح)

16- $(\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)]$ (۱۵) (۳م)

17- $(\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)]$ (۷-۱۶) (۱) (۳ح)

عکس مستوی سالبه کلی این دسته از موجهات، سالبه کلی عرفیه عامه است. استدلال و

برهان مذبور چنین است:

$$(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)\Box R_t(Ax \supset \sim Bx)] / \therefore (\forall x)[(\exists t)R_t Bx \supset (\forall t)\Box R_t(Bx \supset \sim Ax)]$$

1- $(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)\Box R_t(Ax \supset \sim Bx)]$ مقدمه (سالبه کلیه مشروطه عامه)

2- $(\exists t)R_t Bx$ ف

3- $(\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)$ ف

4- $R_t(Bx \wedge Ax)$ ف

5- $R_t Bx \wedge R_t Ax$ (ق ۴) (۴) سیستم رشر

6- $R_t Ax$ (۵) (ح)

7- $(\exists t)R_t Ax$ (۶) (۳)

8- $(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)\Box R_t(Ax \supset \sim Bx)$ (۱) (۱) (ح)

9- $(\forall t)\Box R_t(Ax \supset \sim Bx)$ (۸) (۷) (و.م)

10- $\Box R_t(Ax \supset \sim Bx)$ (۹) (۱) (ح)

11- $R_t(Ax \supset \sim Bx)$ (۱۰) (ح)

12- $R_t Ax \supset R_t \sim Bx$ (ق ۷) (۱۱) (۱) سیستم رشر

13- $R_t \sim Bx$ (۱۲) (۶) (و.م)

14- $R_t Bx$ (۵) (ح)

15- \perp (۱۴) (۱۳) (۸) (۳)

16- \perp (۴-۱۵) (۳) (۳) (ح)

17- $\sim (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)$ (۱۶-۳) (~م)

18- $(\forall t)R_t(Bx \supset \sim Ax)$ (۱۷) (ن.س)

19- $(\exists t)R_t Bx \supset (\forall t)R_t(Bx \supset \sim Ax)$ (۲-۱۸) (د.ش)

20- $(\forall x)[(\exists t)R_t Bx \supset (\forall t)R_t(Bx \supset \sim Ax)]$ (۱۹) (۱) (۳)

۳-۴. وقتیه مطلقه

۴-۳-۱. نقیض وقتیه مطلقه

نقیض وقتیه مطلقه، ممکنه وقتیه است.

$$\neg(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset \square R_T Bx] \equiv (\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge \Diamond R_T \sim Bx]$$

$$\neg(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge \square R_T Bx] \equiv (\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset \Diamond R_T \sim Bx]$$

۴-۳-۲. عکس مستوی وقتیه مطلقه

عکس مطلقه وقتیه در حالت ایجابی، مطلقه عامه است. اثبات این ادعا در منطق جدید مشروط

به پذیرش پیش‌فرض $(\exists x)(\exists t)R_t Ax$ است:

$$(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset \square R_T Bx] / \therefore (\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t Ax]$$

- 1- $(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset \square R_T Bx]$ مقدمه
- 2- $(\exists x)(\exists t)R_t Ax$ پیش‌فرض اتصاف
- 3- $(\exists t)R_t Ax$ ف
- 4- $(\exists t)R_t Ax \supset \square R_T Bx$ (ح) (۱)
- 5- $\square R_T Bx$ (و.م.) (۴)(۳)
- 6- $R_T Bx$ (□ح)
- 7- $(\exists t)R_t Bx$ (۳) (۳)
- 8- $(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t Ax$ (۳)(۳) (۸)
- 9- $(\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t Ax]$ (۸) (۳)
- 10- $(\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t Ax]$ (۳-۹) (۷) (۳)

برهان موجبه جزئی آن به صورت زیر است:

$$(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge \Box R_T Bx] / \therefore (\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t Ax]$$

- | | | |
|----|---|----------------|
| 1- | $(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge \Box R_T Bx]$ | مقدمه |
| 2- | $(\exists t)R_t Ax \wedge \Box R_T Bx$ | ف |
| 3- | $\Box R_T Bx$ | (۲) (ح) |
| 4- | $(\exists t)R_t Ax$ | (۲) (أح) |
| 5- | $R_T Bx$ | (۳) (ح) |
| 6- | $(\exists t)R_t Bx$ | (۵) (آم) |
| 7- | $(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t Ax$ | (۶)(۴) (آم) |
| 8- | $(\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t Ax]$ | (۷) (آم) |
| 9- | $(\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t Ax]$ | (۷-۸) (۱) (آح) |

۴-۴. منتشره مطلقه

۱-۴-۴. نقیض منتشره مطلقه

نقیض منتشره مطلقه، ممکنه دائمه است.

$$\neg(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset \Box R_S Bx] \equiv (\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge \Diamond R_S \sim Bx]$$

$$\neg(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge \Box R_S Bx] \equiv (\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset \Diamond R_S \sim Bx]$$

۴-۴-۲. عکس مستوی منتشره مطلقه

عکس منتشره مطلقه در حالت ایجابی، مطلقه عامه است. برای اثبات این مطلب کافی است در برهان قبلی، T به S تبدیل گردد.

۴-۵. دائمه مطلقه (دائمه ذاتیه)

۴-۵-۱. نقیض دائمه مطلقه

فرمول‌های زیر درستی رابطه نقیض دائمه مطلقه را در حالت ایجابی نشان می‌دهد. برای بررسی نقیض سالبه، کافی است $Bx \sim$ به Bx تبدیل گردد.

$$\neg(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)R_t Bx] \equiv (\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge \neg(\forall t)R_t Bx] \equiv (\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\exists t)R_t \sim Bx]$$

$$\neg(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\forall t)R_t Bx] \equiv (\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset \neg(\forall t)R_t Bx] \equiv (\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\exists t)R_t \sim Bx]$$

۴-۵-۲. عکس مستوی دائمه مطلقه

عکس موجبه دائمه، اعم از جزئی و کلی، موجبه جزئیه حینیه مطلقه است. در زیر استدلال‌های مباشر مذبور را به فرم نمادین بیان کرده و برهان آن‌ها را پی‌جوابی می‌کنیم:

$$(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\forall t)R_t Bx] / \therefore (\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)]^*$$

$$(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)R_t Bx] / \therefore (\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)]$$

1- $(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)R_t Bx]$ مقدمه

2- $(\exists x)(\exists t)R_t Ax$ پیش فرض اتصاف

3- $(\exists t)R_t Ax$ ف

4- $(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)R_t Bx$ (ح) (۱)

5- $(\forall t)R_t Bx$ (و.م.) (۳)

6- $R_t Bx$ (ح) (۵)

7- $R_t Ax$ ف

8- $R_t Bx \wedge R_t Ax$ (ح) (۶) (۸م)

9- $R_t(Bx \wedge Ax)$ (ق۴) (۸) سیستم رشر

10- $(\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)$ (۹) (۳م)

- | | |
|--|--------------|
| 11- $(\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)$ | (ح) (۳-۱۰) |
| 12- $(\exists t)R_t Bx$ | (م) (۶) |
| 13- $(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)$ | (۸م) (۱۱-۱۲) |
| 14- $(\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)]$ | (م) (۱۳) |
| 15- $(\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)]$ | (ح) (۲-۱۴) |

همسو با مبنای کاتبی نشان می‌دهیم عکس مستوی سالبه کلی این دسته از موجهات، سالبه کلی دائمه است:

- $$(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)R_t \sim Bx] / \therefore (\forall x)[(\exists t)R_t Bx \supset (\forall t)R_t \sim Ax]$$
- | | |
|--|-------------------------------|
| 1- $(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)R_t \sim Bx]$ | مقدمه(سالبه کلیه دائمه ذاتیه) |
| 2- $(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)R_t \sim Bx$ | (۱) (۷ح) |
| 3- $(\exists t)R_t Bx$ | ف |
| 4- $\sim(\forall t) R_t \sim Bx$ | (ن.س) (۳) |
| 5- $\sim(\exists t)R_t Ax$ | (ر.ت) (۴-۲) |
| 6- $(\forall t)R_t \sim Ax$ | (ن.س) (۵) |
| 7- $(\exists t)R_t Bx \supset (\forall t)R_t \sim Ax$ | (د.ش) (۶-۲) |
| 8- $(\forall x)[(\exists t)R_t Bx \supset (\forall t)R_t \sim Ax]$ | (۷) (۷م) |

۴-۶. عرفیه عامه

۴-۶-۱. نقیض عرفیه عامه

در این مورد نیز نشان می‌دهیم که نقیض عرفیه عامه، حینیه مطلقه است:

$$\neg(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)R_t(Ax \supset Bx)] \equiv (\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\exists t)R_t(Ax \wedge \sim Bx)]$$

$$\neg(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\forall t)R_t(Ax \supset Bx)] \equiv (\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\exists t)R_t(Ax \wedge \sim Bx)]$$

۴-۶-۲. عکس مستوی عرفیه عامه

عکس عرفیه عامه در حالت ایجابی، موجه جزئیه حینیه مطلقه است. با کمک پیش‌فرض $(\exists x)(\exists t)R_tAx$ این ادعا به طریق زیر ثابت می‌شود:

$$(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t) R_t(Ax \supset Bx)] / \therefore (\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)]:$$

- 1- $(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t) R_t(Ax \supset Bx)]$ مقدمه
- 2- $(\exists x)(\exists t)R_tAx$ پیش‌فرض اتصاف
- 3- $(\exists t)R_tAx$ ف
- 4- $(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t) R_t(Ax \supset Bx)$ (ح) (۱)
- 5- $(\forall t) R_t(Ax \supset Bx)$ (و.م) (۳)
- 6- $R_t(Ax \supset Bx)$ (ح) (۴)
- 7- $R_tAx \supset R_tBx$ (ق) (۶) سیستم رشر
- 8- R_tAx ف
- 9- R_tBx (و.م) (۷)
- 10- $R_tBx \wedge R_tAx$ (ح) (۹) (۸)
- 11- $R_t(Bx \wedge Ax)$ (ق) (۱۰) سیستم رشر
- 12- $(\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)$ (۱۱) (۳)
- 13- $(\exists t)R_tBx$ (۹) (۳)
- 14- $(\exists t)R_tBx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)$ (۱۲) (۱۳) (۸)
- 15- $(\exists t)R_tBx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)$ (ح) (۸-۱۴) (۳)
- 16- $(\exists x)[(\exists t)R_tBx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)]$ (۱۵) (۳)
- 17- $(\exists x)[(\exists t)R_tBx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)]$ (ح) (۲)

برهان موجبه جزئی آن بدون درنظر گرفتن پیشفرض مذبور، به طریق زیر ارائه می‌شود:

$$(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\forall t) R_t(Ax \supset Bx)] \quad / \therefore (\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)]$$

$$1- \quad (\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\forall t) R_t(Ax \supset Bx)] \quad \text{مقدمه}$$

$$2- \quad (\exists t)R_t Ax \wedge (\forall t) R_t(Ax \supset Bx) \quad \text{ف}$$

$$3- \quad (\forall t) R_t(Ax \supset Bx) \quad (۲) (\wedge \mathcal{H})$$

$$4- \quad (\exists t)R_t Ax \quad (۲) (\wedge \mathcal{H})$$

$$5- \quad R_t(Ax \supset Bx) \quad (۳) (\forall \mathcal{H})$$

$$6- \quad R_t Ax \supset R_t Bx \quad (۷) (۵) \text{ سیستم رشر}$$

$$7- \quad R_t Ax \quad \text{ف}$$

$$8- \quad R_t Bx \quad (۶)(۷) (\wedge \mathcal{M})$$

$$9- \quad R_t Bx \wedge R_t Ax \quad (۷)(\wedge) (\wedge \mathcal{M})$$

$$10- \quad R_t(Bx \wedge Ax) \quad (۴) (۹) \text{ سیستم رشر}$$

$$11- \quad (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax) \quad (۱۰) (\exists \mathcal{M})$$

$$12- \quad (\exists t)R_t Bx \quad (\wedge) (\exists \mathcal{M})$$

$$13- \quad (\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax) \quad (۱۲)(۱۱) (\wedge \mathcal{M})$$

$$14- \quad (\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax) \quad (۷-۱۳)(\exists \mathcal{H})$$

$$15- \quad (\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)] \quad (۱۴) (\exists \mathcal{M})$$

$$16- \quad (\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)] \quad (۷-۱۵)(۱) (\exists \mathcal{H})$$

سالیه کلی این دسته از موجهات، به مثل خود عکس می شود. استدلال و برهان مذبور چنین است:

$$(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)R_t(Ax \supset \sim Bx)] / \therefore (\forall x)[(\exists t)R_t Bx \supset (\forall t)R_t(Bx \supset \sim Ax)]$$

- | | | |
|-----|---|--------------------------------------|
| 1- | $(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)R_t(Ax \supset \sim Bx)]$ | مقدمه (سالیه کلیه عرفیه عامه) |
| 2- | $(\exists t)R_t Bx$ | ف |
| 3- | $(\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)$ | ف |
| 4- | $R_t(Bx \wedge Ax)$ | ف |
| 5- | $R_t Bx \wedge R_t Ax$ | (ق ۴) (۴) سیستم رشر |
| 6- | $R_t Ax$ | (۵) ($\wedge\mathcal{H}$) |
| 7- | $(\exists t)R_t Ax$ | (۶) ($\exists\mathcal{M}$) |
| 8- | $(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)R_t(Ax \supset \sim Bx)$ | (۷) ($\forall\mathcal{H}$) |
| 9- | $(\forall t)R_t(Ax \supset \sim Bx)$ | (۸) ($\forall\mathcal{M}$) |
| 10- | $R_t(Ax \supset \sim Bx)$ | (۹) ($\forall\mathcal{H}$) |
| 11- | $R_t Ax \supset R_t \sim Bx$ | (ق ۱۰) (۱۰) سیستم رشر |
| 12- | $R_t \sim Bx$ | (۱۱) (۶) ($\wedge\mathcal{M}$) |
| 13- | $R_t Bx$ | (۱۲) ($\wedge\mathcal{H}$) |
| 14- | \perp | (۱۳) (۱۴) ($\wedge\mathcal{M}$) |
| 15- | \perp | (۱۴-۱۵) (۳) ($\exists\mathcal{H}$) |
| 16- | $\sim(\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)$ | (۱۵-۱۶) ($\sim\mathcal{M}$) |
| 17- | $(\forall t)R_t(Bx \supset \sim Ax)$ | (۱۶) (ن.س) |
| 18- | $(\exists t)R_t Bx \supset (\forall t)R_t(Bx \supset \sim Ax)$ | (۱۷-۱۸) (د.ش) |
| 19- | $(\forall x)[(\exists t)R_t Bx \supset (\forall t)R_t(Bx \supset \sim Ax)]$ | (۱۸) ($\forall\mathcal{M}$) |

۷-۴. مطلقه عامه

۷-۱. نقیض مطلقه عامه

نقیض مطلقه عامه، دائمه مطلقه است. این نکته در فرمولهای زیر نمایان است:

$$\neg(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\exists t)R_t Bx] \equiv (\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge \neg(\exists t)R_t Bx] \equiv (\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\forall t)R_t \sim Bx]$$

$$\neg(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\exists t)R_t Bx] \equiv (\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset \neg(\exists t)R_t Bx] \equiv (\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\forall t)R_t \sim Bx]$$

۷-۲. عکس مستوی مطلقه عامه

مطلقه عامه در حالت ایجابی، به موجبه جزئی هم نوع خودش عکس می شود. اثبات این ادعا تنها با درنظر گرفتن پیش فرض $(\exists x)(\exists t)R_t Ax$ ممکن است:

$$(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\exists t)R_t Bx] / \therefore (\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t Ax]$$

- | | |
|---|------------------|
| 1- $(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\exists t)R_t Bx]$ | مقدمه |
| 2- $(\exists x)(\exists t)R_t Ax$ | پیش فرض اتصاف |
| 3- $(\exists t)R_t Ax$ | ف |
| 4- $(\exists t)R_t Ax \supset (\exists t)R_t Bx$ | (ح) (۱) |
| 5- $(\exists t)R_t Bx$ | (و.م) (۴)(۳) |
| 6- $(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t Ax$ | (۵)(۳) (۸م) |
| 7- $(\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t Ax]$ | (۶) (۳م) |
| 8- $(\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t Ax]$ | (ح) (۳-۷)(۲) (۳) |

برای اثبات عکس موجبه جزئی آن، کافی است قاعده جابه جایی عاطف را به کار گیریم.

بنابراین داریم:

$$(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\exists t)R_t Bx] / \therefore (\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t Ax]$$

۸-۴. حینیه مطلقه

۸-۴-۱. نقیض حینیه مطلقه

نقیض حینیه مطلقه، عرفیه عامه است.^۵

۸-۴-۲. عکس مستوی حینیه مطلقه

عکس حینیه مطلقه در حالت ایجابی، اعم از کلی و جزئی، موجبه جزئیه حینیه مطلقه است. با کمک پیش‌فرض $(\exists x)(\exists t)R_t Ax$ ثابت می‌کنیم که:

$$(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\exists t)R_t(Ax \wedge Bx)] / \therefore (\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)]$$

- | | | |
|-----|---|--------------------|
| 1- | $(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\exists t)R_t(Ax \wedge Bx)]$ | مقدمه |
| 2- | $(\exists x)(\exists t)R_t Ax$ | پیش‌فرض اتصاف |
| 3- | $(\exists t)R_t Ax$ | ف |
| 4- | $(\exists t)R_t Ax \supset (\exists t)R_t(Ax \wedge Bx)$ | (ح) (۱) |
| 5- | $(\exists t)R_t(Ax \wedge Bx)$ | (و.م.) (۳)(۴) |
| 6- | $R_t(Ax \wedge Bx)$ | ف |
| 7- | $R_t Ax \wedge R_t Bx$ | (ق۴) (۶) سیستم رشر |
| 8- | $R_t Bx$ | (ح) (۷) |
| 9- | $(\exists t)R_t Bx$ | (م) (۸) |
| 10- | $(\exists t)R_t Bx$ | (ح) (۹)(۱۰) |
| 11- | $(\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)$ | (ج) (۱۱) |
| 12- | $(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)$ | (م) (۱۰)(۱۱) |
| 13- | $(\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)]$ | (م) (۱۲) |
| 14- | $(\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t(Bx \wedge Ax)]$ | (ح) (۱۲)(۱۳) |

برهان موجبه جزئی آن بدون درنظر گرفتن پیشفرض مذبور، به طریق زیر ارائه می‌شود:

$$(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\exists t)R_t (Ax \wedge Bx)] \quad / \therefore (\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t (Bx \wedge Ax)]$$

- | | | |
|-----|---|-------------------|
| 1- | $(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge (\exists t)R_t (Ax \wedge Bx)]$ | مقدمه |
| 2- | $(\exists t)R_t Ax \wedge (\exists t)R_t (Ax \wedge Bx)$ | ف |
| 3- | $(\exists t)R_t (Ax \wedge Bx)$ | (۲) (۸ح) |
| 4- | $(\exists t)R_t Ax$ | (۲) (۸ح) |
| 5- | $R_t (Ax \wedge Bx)$ | ف |
| 6- | $R_t Ax \wedge R_t Bx$ | (۶) (۸) سیستم رشر |
| 7- | $R_t Bx$ | (۶) (۸ح) |
| 8- | $(\exists t)R_t Bx$ | (۷) (۸م) |
| 9- | $(\exists t)R_t Bx$ | (۵-۸)(۳) (۸ح) |
| 10- | $(\exists t)R_t (Bx \wedge Ax)$ | (۳) (۸ج) |
| 11- | $(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t (Bx \wedge Ax)$ | (۹)(۱۰) (۸م) |
| 12- | $(\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t (Bx \wedge Ax)]$ | (۱۱) (۸م) |
| 13- | $(\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t (Bx \wedge Ax)]$ | (۱۲-۱۳) (۸ح) |

۴-۹. مطلقه وقتیه

۴-۹-۱. نقیض مطلقه وقتیه

نقیض مطلقه وقتیه، مطلقه وقتیه است.

$$\neg(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset R_T Bx] \equiv (\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge R_T \sim Bx]$$

$$\neg(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge R_T Bx] \equiv (\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset R_T \sim Bx]$$

۴-۹-۲. عکس مستوی مطلقه وقتیه

عکس مطلقه وقتیه موجبه، موجبه جزئیه مطلقه عامه است. این قاعده در برخان زیر نیز آشکار است:

$$(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset R_T Bx] / \therefore (\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t Ax]$$

- 1- $(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset R_T Bx]$ مقدمه
- 2- $(\exists x)(\exists t)R_t Ax$ پیش‌فرض اتصاف
- 3- $(\exists t)R_t Ax \supset R_T Bx$ (ح(A)(۱))
- 4- $(\exists t)R_t Ax$ ف
- 5- $R_T Bx$ (و.م.) (۴)
- 6- $(\exists t)R_t Bx$ (۵) (۳)
- 7- $(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t Ax$ (۶)(۴) (۸۲)
- 8- $(\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t Ax]$ (۷) (۳)
- 9- $(\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t Ax]$ (۴-۸) (۲) (۳)

برخان موجبه جزئی آن به نحو زیر ارائه می‌شود:

$$(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge R_T Bx] / \therefore (\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t Ax]$$

- 1- $(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge R_T Bx]$ مقدمه
- 2- $(\exists t)R_t Ax \wedge R_T Bx$ ف
- 3- $R_T Bx$ (۲) (۸۲)
- 4- $(\exists t)R_t Ax$ (۲) (۸۲)
- 5- $(\exists t)R_t Bx$ (۳) (۳)
- 6- $(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t Ax$ (۵)(۴) (۸۲)
- 7- $(\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t Ax]$ (۶) (۳)
- 8- $(\exists x)[(\exists t)R_t Bx \wedge (\exists t)R_t Ax]$ (۲-۷) (۱) (۳)

سالیه کلیه وقتیه، تنها زمانی به مثل خود عکس می‌گردد که زمان تحقق موضوع همان زمان تحقق محمول باشد. این تحلیل، گرچه برخلاف تحلیل بوعلی از قضایای محصوره است (ابن‌سینا، ۱۳۷۵، ص ۲۳-۲۵)، اما با اعمال قاعده عکس، پس از حذف سور کلی، اثبات پذیر است.

۴-۱. مطلقه منتشره

تفسیر مطلقه منتشره، چیزی جز تفسیر مطلقه عامه نیست:

$$(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset R_t Bx] \equiv (\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset (\exists t)R_t Bx]$$

بنابراین، حکم مطلقه منتشره در عکس و نقیض، درست همان حکم مطلقه عامه است.

۴-۱۱. ممکنه عامه

۴-۱۱-۱. نقیض ممکنه عامه

پیش تر نشان دادیم که نقیض ضروریه ذاتیه، ممکنه عامه است و برعکس.

۴-۱۱-۲. عکس مستوی ممکنه عامه

حتی با درنظر گرفتن پیش‌فرض $R_t Ax \supset (\exists t)R_t Bx$ ، نمی‌توان ثابت کرد که ممکنه عامه به مثل خود عکس می‌شود. بنابراین، نظر پیشینیانی همچون ابن‌سینا و محقق طوسی درباره عکس مستوی ممکنه عامه، با کمک فرمول‌های منطق جدید برآورده نمی‌شود.

۴-۱۲. حینیه ممکنه

نقیض حینیه ممکنه، مشروطه عامه است و برعکس. گفته شده عکس این دسته از موجهات در حالت ایجابی، موجبه جزئیه حینیه ممکنه است (حلی، ۱۳۷۱، ص ۸۶) اما این سخن درست به نظر نمی‌رسد؛ زیرا اتصاف در محمول به نحو امکانی است و نمی‌توان دلیلی بر فعلیت آن در

عكس ارائه کرد. بنابراین، حتی با وجود پیش‌فرض $\exists x(\exists t)R_t Ax$ ، ادعای بالا با قواعد منطق جدید ثابت نمی‌شود.

۱۳-۴. ممکنه وقتیه

نقیض ممکنه وقتیه، تنها حکمی است که از سوی منطق دانان سنتی ارائه شده است. فرمول‌های زیر نشان‌دهنده این است که نقیض ممکنه وقتیه، وقتیه مطلقه است:

$$\neg(\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset \Diamond R_T Bx] \equiv (\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge \Box R_T \sim Bx]$$

$$\neg(\exists x)[(\exists t)R_t Ax \wedge \Box R_T Bx] \equiv (\forall x)[(\exists t)R_t Ax \supset \Diamond R_T \sim Bx]$$

۱۴-۴. ممکنه دائمه

نقیض ممکنه دائمه نیز تنها حکمی است که از سوی منطق دانان سنتی ارائه شده است. نقیض ممکنه دائمه، منتشره مطلقه است و برعکس.

نتیجه

به باور رشر، نظریه موجهات زمانی ابن‌سینا، یکی از سهم‌های عمده مسلمانان در علم منطق است. و درنتیجه، وی همواره در بازشناسی، معرفی، فرمول‌بندی و نمادگذاری نظریه موجهات زمانی ابن‌سینا تلاش فراوانی کرده است.

فرمول‌بندی نظریه موجهات زمانی ابن‌سینا، امکان نقد و ارزیابی نظریه یادشده را به صورت وسیع و گسترده فراهم می‌آورد؛ به گونه‌ای که رشر، با پی‌جوبی محاسبات مستقلی در این زمینه، پیشنهادهای قابل توجیه در تصحیح و تکمیل این نظریه ارائه کرده است. نتیجه این تحقیق نشان داد که فرمول‌بندی R_2 از سازگاری لازم نسبت به احکام قضایای موجهه بسیطه منطق کاتبی برخوردار است. البته در این مسیر به این نتیجه نیز دست یافتنیم که اثبات

برخی استدلال‌های مباشر کاتبی در دستگاه موجهات KT ، بدون لحاظ پیش‌فرض اتصاف $\exists t)(\exists x)R_tAx$ امکان‌پذیر نیست. اما این هرگز به معنای ناسازگاری فرمول‌بندی رشر با نظریه کاتبی نبوده، بلکه برآمده از پیش‌فرض‌های لازم منطق قدیم در قضایای موجبه کلی است. از دیگر نتایج فرعی برآمده از این تحقیق، می‌توان به حضور استلزم مادی در منطق قدیم اشاره کرد. منطق پژوهان می‌توانند با همین شیوه توصیفی - تحلیلی، موجهات مرکب منطق کاتبی را براساس فرمول‌بندی یادشده مورد بررسی و مدافعه قرار داده و نتایج آن را برای مخاطبان روش‌سازند.

پی‌نوشت‌ها

۱. براساس قرارداد، تحلیل کاتبی در رساله شمسیه مبنای تحقیق پیش روست؛ چراکه پرداختن به نظر اندیشمندان دیگر موجب تنشت آرا می‌گردد؛ برای نمونه، از نگاه منطق‌دانانی چون ابن سینا (۱۳۷۹، ص ۴۸)، فخر رازی (۱۳۸۱، ص ۱۹۲) و طوسی (۱۴۰۸، ص ۲۷)، سالبه کلیه ضروریه به مثل خودش عکس می‌شود، اما خونجی بر مبنای تقسیم قضیه به حقیقیه و خارجیه، معتقد است اگر سالبه ضروریه، خارجیه باشد، عکس آن به سالبه ضروریه صحیح است؛ اما اگر حقیقیه باشد، باید به سالبه دائمه عکس شود (خونجی، ۱۳۸۹، ص ۱۳۵). علامه حلی (حلی، ۱۴۱۲، ص ۳۰۱) و کاتبی قزوینی (رازی، ۱۳۸۴، ص ۳۴۷).
- درباره موجبه کلیه ضروریه هم نظر یکسانی وجود ندارد. فخر رازی (۱۳۸۱، ص ۱۹۳-۱۹۴)، پس از رد گفتار پیشینیان مبنی بر پذیرش عکس موجبه کلیه ضروریه به مانند خودش، همانند ابن سینا (۱۳۷۵، ص ۲۰۹) پذیرفت که عکس آن موجبه جزئیه ممکنه عامه است. کاتبی (رازی، ۱۳۸۴، ص ۳۵۳-۳۵۴)، طوسی (۱۴۰۸، ص ۲۷)، حلی (۱۴۱۲، ص ۳۰۸) و بسیاری از منطق‌دانان متأخر، ضروریه موجبه را اعم از کلیه و جزئیه، به حینیه موجبه جزئیه عکس می‌کنند.
- عکس موجبه جزئیه ضروریه از منظر ابن سینا، موجبه جزئیه مطلقه است (ابن سینا، ۱۳۷۵، ص ۲۰۹). بسیاری از منطق‌دانان برخلاف ابن سینا، آن را به حینیه موجبه عکس کردند (رازی، ۱۳۸۴، ص ۳۵۳). با وجود همه اختلافاتی که گذشت، همگان پذیرفته‌اند که سالبه جزئیه ضروریه عکس ندارد (همان، ص ۳۵۲-۳۵۱؛ ابن سینا، ۱۳۷۹، ص ۴۹).
۲. شایان دقت است وقتیه که همان وقیة مطلقه مقید به لادوام ذاتی است، از موجهات مرکب به شمار می‌رود، نه بسیط. گزاره «بالضروره کلّ قمر منتصف وقت حلوله الأرض بينه وبين الشمس لدائماً»، می‌تواند مثالی برای این موجهه مرکب به شمار آید.
۳. درخور توجه است که منتشره (منتشره مطلقه مقید به لادوام ذاتی)، از شمار موجهات مرکب است.
۴. برهان این استدلال، مشابه برهان ارائه شده در بخش ۱-۴ است.

۵. ر.ک: بخش ۴-۶

منابع

۱. ابن سینا، حسین بن عبدالله، ۱۳۷۵، *الاشارات و التنبيهات مع الشرح*، قم، دفتر نشر البلاغه.
۲. —، ۱۳۷۹، *النجاة*، چاپ دوم، تهران، انتشارات دانشگاه تهران.
۳. حلی، جمال الدین، ۱۳۷۱، *الجواهر النضید*، چاپ پنجم، قم، انتشارات بیدار.
۴. —، ۱۴۱۲ق، *القواعد الجلیة*، قم، مؤسسه النشر الاسلامی.
۵. —، ۱۳۸۷، *سرار الخفیة فی العلوم المقلبة*، قم، بوستان کتاب.
۶. خونجی، افضل الدین، ۱۳۸۹، *کشف الاسرار*، تهران، مؤسسه حکمت و فلسفه.
۷. رازی، قطب الدین، ۱۳۸۴، *تحریر القواعد المنطقیة*، چاپ دوم، قم، انتشارات بیدار.
- ۸ رازی، فخر الدین، ۱۳۸۱، *منطق الملخص*، تهران، انتشارات دانشگاه امام صادق ع.
۹. شیرازی، قطب الدین، ۱۳۶۹، درة الناج، چاپ سوم، تهران، انتشارات حکمت.
۱۰. طوسی، خواجه نصیر الدین، ۱۴۰۸ق، *تجزید المنطق*، بیروت، انتشارات اعلمی.
۱۱. نبوی، لطف الله، ۱۳۸۱، *منطق سینیوی به روایت نیکولاوس رشر*، تهران، انتشارات علمی و فرهنگی.